Examen 1 Álgebra lineal 1. Espacios vectoriales.

Profesor: Angel Vázquez Badillo

Instrucciones: Demuestre y justifique ampliamente sus respuesta .Resuelva 4 de los 5 problemas.

1. Sea $V = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{R}\}$.Se definen $(x_1, x_2)+(y_1, y_2) = (x_1+x_2, y_1+y_2)$ y para $k \in \mathbb{R}$ $k(x, y) = (0, 0)$ si $k = 0$ y $k(x, y) = (kx, x/k)$ si $k \neq 0$. ¿Con estas operaciones V es un $\mathbb{R}$ espacio vectorial?. En caso afirmativo,demuestre. De lo contrario diga explícitamente que condiciones cumple y cuáles no.

2. Sea V un K espacio vectorial y $A \subseteq V$. Demuestre que A es linealmente dependiente si y sólo si existe un vector $x \in A$ que se puede escribir como combinación lineal de $A - \{x\}$.

3. Sea $V = \{p(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0 : a_i \in \mathbb{R}\}$ un $\mathbb{R}$ espacio vectorial.Demuestre que $\{1 + x, 1 + x^2, x + x^2\}$ es una base de V.

4. Sea V un K espacio vectorial y sea $A = \{u_1, u_2, ..., u_n\}$ un subconjunto de V linealmente independiente. Sea $\omega \in V$.Demuestre que si $\omega \notin [A]$, entonces $A \cup \{\omega\}$ es un conjunto linealmente independiente.

5. Demostrar que un conjunto de vectores S es un conjunto linealmente independiente si y sólo si cada subconjunto finito de S es linealmente independiente.